

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – gennaio 2022



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x+3}{x^2+1}\right)$$

Dominio	$E = (-3, +\infty)$
Positività	$P = (-1, 2)$
Intersezioni	$A(-1; 0) \quad B(2; 0) \quad C(0; \log 3)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2+5x-1})$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log(4x-7)}{x^2-x-2}$

Soluzioni	$-3/2; 4/3$
-----------	-------------

Domanda 3 (punti 3, 3*, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2-2}{x-2} + \log(x-2)$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2-3x}{(x-2)^2} \quad E = (2, +\infty)$
Estremi	$m(3; 7) \quad \text{cresce in } (3, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 3*, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = (x^2-7) \cdot e^{x-2}$

Derivata prima	$f' = (x^2+2x-7) \cdot e^{x-2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = (x^2+4x-5) \cdot e^{x-2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-5; 18e^{-7}); F_2(1; -6e^{-1})$ convessa in $(-\infty, -5) \cup (1, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{9x^4+2x^2-3}{x \cdot (x^2-4x+3)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{0, 1, 3\}$
As. verticali	$x = 0, x = 1 \text{ e } x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 9x + 36$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 4*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left(\frac{2x+4}{x+3} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{-2x+3} dx$$

Integrale definito	primitiva: $2x - 2 \log(x+3)$ $2 - 2 \log \frac{4}{3} \approx 1,42$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{4} e^{-2x+3} \cdot (2x^2 + 2x + 1) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + k \cdot y + 2z = 2 \\ 2x + 4y + k \cdot z = -1 \\ 4x - 2y + z = k \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -3; 3$: incompatibile $k \neq -3; 3$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k^3 - 3k + 12}{4k^2 - 36}; y = \frac{-k^2 + 12k + 3}{4k^2 - 36}; z = \frac{k^2 + 21}{-2k^2 + 18}$

Domanda 8 (punti 4, 6*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 - 2x \cdot y + 4x + 2y^2 - 4y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 2y = 6$.

Derivate parziali	$f_x = 2x - 2y + 4 \quad f_y = -2x + 4y - 4$
Estremi liberi	$m(-2; 0) \quad z = -3 \quad H = 4$
Estremi vincolati	$m(1; 2) \quad \lambda = 1 \quad z = 2$ $H = -40$

Domande teoriche.

- 1) Classificazione dei punti stazionari per funzioni ad una variabile (punti 2, 4*)
- 2) Il legame tra continuità e derivabilità (punti 2, 3*)
- 3) Definizione di derivata parziale e regola di calcolo (punti 2, 3*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*